

# BADANIE DYNAMICZNYCH WŁAŚCIWOŚCI PRZETWORNIKÓW POMIAROWYCH

## 1. CEL ĆWICZENIA

Celem ćwiczenia jest:

- przybliżenie zagadnień dotyczących pomiarów wielkości zmiennych w czasie (pomiarów dynamicznych),
- poznanie sposobów opisu właściwości dynamicznych narzędzia pomiarowego, najczęściej stosowanych modeli dynamicznych oraz metod wyznaczania parametrów tych modeli.

## 2. WPROWADZENIE

### 2.1. Pomiary statyczne a pomiary dynamiczne

Wielkości mierzone w praktyce przemysłowej i laboratoryjnej mogą być stałe lub też zmienne w czasie wykonywania pomiaru. Cecha ta stanowi kryterium podziału pomiarów na **pomiary statyczne** i **pomiary dynamiczne**. O pomiarach statycznych mówimy, jeżeli nie występuje zmiana wielkości mierzonej w czasie pomiaru lub też występuje zmienność wielkości mierzonej, ale nie wpływa to na wynik pomiaru. Pomiar dynamiczny jest natomiast dokonywany wówczas, gdy wielkość mierzona jest zmienna w czasie, a celem pomiarów jest ilościowe zobrazowanie tej zmienności. Wynikiem pomiaru dynamicznego jest nie pojedyncza, stała wartość, lecz pewnego rodzaju odwzorowanie czasowego przebiegu zmian wielkości mierzonej. Wynik ten może mieć postać wykresu wielkości mierzonej w funkcji czasu, sporządzonego bezpośrednio przez tzw. rejestrator analogowy lub też ciągu par liczb  $\{[t, x(t)]_i\}$ , gdzie  $i$  oznacza kolejny numer chwili czasowej,  $t$  jest czasem, a  $x(t)$  jest wartością chwilową wielkości mierzonej. Pary liczb zapisane są na odpowiednim nośniku, np. w tabeli pomiarowej, pamięci komputera, pliku danych.

Przyrządy pomiarowe i przetworniki pomiarowe zwykle są wzorcowane w warunkach statycznych ( $x(t) = x = \text{const.}$  i  $y(t) = y = \text{const.}$ ). Wyznaczany jest podstawowy parametr – czułość (ozn.  $S$ )<sup>1</sup>. Przyjmuje się zależność wielkości wyjściowej od wejściowej w postaci

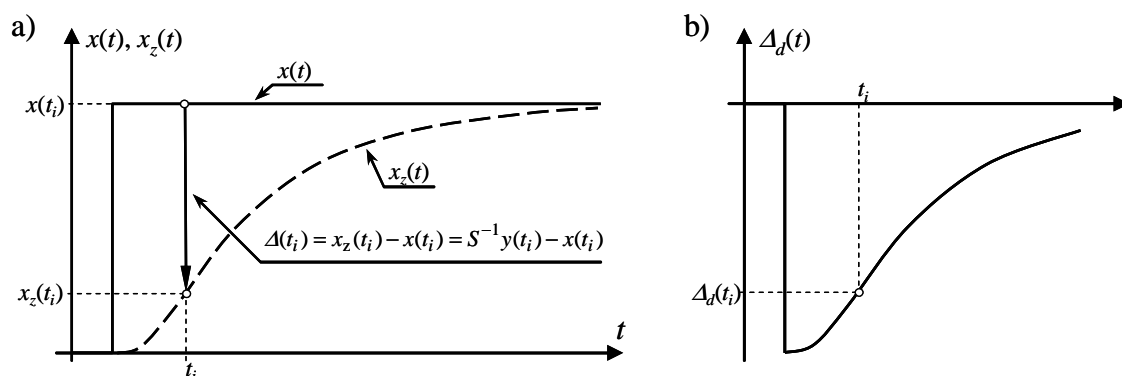
$$y(t) = S x(t), \quad (1)$$

co nie jest poprawne w przypadku pomiarów dynamicznych. Analizując przydatność przetwornika pomiarowego do pomiarów dynamicznych, należy dodatkowo rozpatrywać jego specyficzne właściwości z tym związane, tzw. **właściwości dynamiczne**. Również przy pomiarach statycznych może zachodzić potrzeba uwzględnienia właściwości dynamicznych przetwornika, ponieważ niejednokrotnie ustalanie wielkości wyjściowej jest procesem dynamicznym, np. ustalanie się wskazań termometru po zanurzeniu go w ośrodku o stałej temperaturze lub wychylenie wskazówki woltomierza analogowego po podłączeniu napięcia mierzonego. Zjawiska dynamiczne zachodzące w przetwornikach pomiarowych są przyczyną dodatkowych błędów, tzw. **błędów dynamicznych**. Błąd dynamiczny jest funkcją czasu i w najprostszym ujęciu może być traktowany jako różnica pomiędzy zarejestrowanym

przebiegiem wielkości mierzonej  $x_z(t)$ , a jej przebiegiem rzeczywistym  $x(t)$ . Przy założeniu zastosowania statycznego modelu przetwornika w postaci (1) do wyznaczania wielkości wejściowej, błąd ten wyraża zależność

$$\Delta_d(t) = x_z(t) - x(t) = S^{-1}y(t) - x(t), \quad (2)$$

gdzie  $y(t)$  jest przebiegiem czasowym wielkości wyjściowej przetwornika. Na rysunku 1 przedstawiono przykład tak definiowanego błędu dynamicznego dla przetwornika inercyjnego (patrz p. 2.3) w sytuacji, gdy wielkość mierzona zmieniła się skokowo. Jak widać na rysunku, w początkowej fazie błąd dynamiczny osiąga bardzo duże wartości, a w fazie końcowej błąd ten maleje do zera.



Rys. 1. Przebieg rzeczywisty wielkości wejściowej i przebieg zarejestrowany (a) oraz przebieg czasowy błędu dynamicznego (b)

Uniknięcie lub zmniejszenie wartości błędów dynamicznych jest możliwe, jeżeli do obliczania wielkości wejściowej zamiast modelu statycznego opisanego zależnością (1) zastosuje się bardziej złożony model dynamiczny przetwornika, tj. taki który ujmuje jego właściwości dynamiczne.

## 2.2. Model dynamiczny przetwornika pomiarowego

W każdym realnym układzie fizycznym istnieją elementy magazynujące energię potencjalną lub kinetyczną (cewki, kondensatory, masy, sprężyny itp. w układach fizycznych) lub też elementy wnoszące opóźnienia w procesie przetwarzania sygnałów i danych pomiarowych, np. czas przetwarzania przetwornika analogowo-cyfrowego lub czas realizacji obliczeń w algorytmach. Równanie opisujące związek wielkości wejściowej  $x(t)$  i wyjściowej  $y(t)$ , nazywane modelem matematycznym przetwornika, musi te zjawiska uwzględniać. Model taki może mieć postać równania różniczkowego nieliniowego:

$$y(t) = f(x(t), x'(t), x''(t), \dots, y'(t), y''(t), \dots). \quad (3)$$

W praktyce często stosuje się dwa sposoby uproszczonego opisu właściwości dynamicznych przetworników:

- 1) w dziedzinie czasowej - za pomocą uproszczonych, liniowych równań różniczkowych, wiążących sygnały wejściowe i wyjściowe,
- 2) w dziedzinie częstotliwościowej - za pomocą tzw. transmitancji widmowej.

<sup>1</sup> Porównaj opis w instrukcji *Badanie statycznych właściwości przetworników pomiarowych*.

Odpowiednio do powyższych sposobów opisu istnieją metody eksperymentalnego wyznaczania postaci i parametrów modeli dynamicznych oraz ich poglądowego przedstawiania za pomocą charakterystyk czasowych lub częstotliwościowych.

Ad 1. Równanie różniczkowe opisujące w dziedzinie czasu przetwornik pomiarowy liniowy i stacjonarny, przy dowolnej zmienności sygnału wejściowego  $x(t)$ , ma postać ogólną:

$$\sum_{i=0}^m a_i \frac{d^{(i)}y(t)}{dt^i} = \sum_{j=0}^n b_j \frac{d^{(j)}x(t)}{dt^j} \quad (4)$$

Współczynniki  $a_i$ ,  $b_j$  mają stałe wartości i zależą jedynie od parametrów elementów konstrukcyjnych przetwornika (pojemności, rezystancji, indukcyjności, mas, sprężystości itp). Rząd  $m \geq n$  równania jest nazywany rzędem przetwornika. Stosowane w układach pomiarowych przetworniki są zwykle 0, 1 lub 2 rzędu, co oznacza, że równanie odpowiedniego rzędu uznaje się za wystarczająco wierny model dynamiczny przetwornika.

Ad 2. W układach elektrycznych sygnał wejściowy i sygnał wyjściowy są często sygnałami harmonicznymi (tzn. sinusoidalnie zmiennymi:  $x(t) = A_X \sin(\omega t + \varphi_X)$ ,  $y(t) = A_Y \sin(\omega t + \varphi_Y)$ ,  $\omega = 2\pi f$ ) lub sygnałami okresowymi odkształconymi, które można rozłożyć na składowe harmoniczne. Jeżeli te sygnały przedstawione są w postaci symbolicznej, to zależność ich ilorazu jest funkcją pulsacji  $\omega$  i nazywa się transmitancją widmową:

$$K(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = K(\omega) e^{j\varphi(\omega)} \quad (5)$$

Transmitancja widmowa jest zespoloną funkcją pulsacji; jej moduł  $K(\omega)$  jest równy stosunkowi amplitud sygnału wyjściowego i wejściowego (jest wzmocnieniem amplitudowym). Argument  $\varphi(\omega)$  określa przesunięcie fazowe między tymi sygnałami wnoszone przez przetwornik.

$$K(\omega) = \frac{A_Y}{A_X} \Big|_{\omega=\text{variab.}}, \quad \varphi(\omega) = \varphi_Y - \varphi_X \Big|_{\omega=\text{variab.}} \quad (6)$$

Wykres zależności modułu  $K(\omega)$  od pulsacji tworzy tzw. charakterystykę amplitudowo-częstotliwościową, Wykres zależności przesunięcia fazy od pulsacji tworzy tzw. charakterystykę fazowo-częstotliwościową.

### 2.3. Podstawowe modele dynamiczne przetworników pomiarowych

Szczegółowa analiza różnych urządzeń prowadzi często do złożonych modeli dynamicznych – liczne przykłady podano w pracach [1] i [2]. W wielu zastosowaniach nie jest konieczne uwzględnienie pełnego modelu, a wystarczająco użyteczne okazują się modele uproszczone omówione poniżej.

Przetwornik zerowego rzędu (tzw. proporcjonalny)

Postać równań opisujących taki przetwornik jest zgodna z (1):

- w dziedzinie czasowej nie występują pochodne:  $y(t) = k x(t)$  (7)

- w dziedzinie częstotliwościowej (transmitancja):  $K(j\omega) = k$  (8)

gdzie  $k = S = \text{const.}$  jest nazywane współczynnikiem wzmocnienia lub czułością.

Przetwornik taki nie wprowadza błędów dynamicznych - jest "idealnym" przetwornikiem do pomiarów dynamicznych, a jeżeli  $k=1$ , to również nie wprowadza błędów statycznych. Wówczas mamy  $y(t)=x(t)$ , czyli wielkość wyjściowa (wartość wskazywana) jest dokładnie równa wielkości wejściowej (wartości mierzonej) w każdej chwili czasu.

Praktyczna realizacja takiego przetwornika jest niemożliwa, a opis przetworników rzeczywistych za pomocą tego modelu jest przybliżony i stosowany w ograniczonym zakresie. Takie przetworniki pomiarowe, jak dzielniki rezystancyjne, tensometry, wzmacniacze operacyjne można na ogół z dobrym przybliżeniem traktować jako przetworniki zerowego rzędu, w praktycznie użytecznym przedziale szybkości zmian (częstotliwości) wielkości wejściowych.

### Przetwornik pierwszego rzędu (tzw. inercyjny pierwszego rzędu)

Postać równania różniczkowego jest następująca:

$$Ty'(t) + y(t) = kx(t). \quad (9)$$

Transmitancja widmowa ma postać:

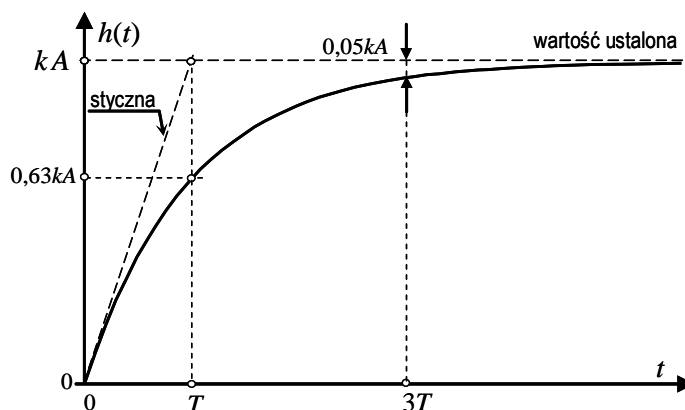
$$K(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = \frac{k}{j\omega T + 1} = |K(j\omega)|e^{-j\varphi(\omega)} = \frac{k}{\sqrt{(\omega T)^2 + 1}} e^{-j\arctg(\omega T)}. \quad (10)$$

Współczynniki charakterystyczne modelu to:  $k$  - wzmacnienie statyczne i  $T$  - stała czasowa.

Odpowiedź  $y(t)$  takiego przetwornika na skokową zmianę wielkości wejściowej o amplitudzie  $A$  oznaczana jest jako  $h(t)$  i ma postać wykładniczą:

$$x(t) = A\mathbf{1}(t) \rightarrow y(t) = kA \left( 1 - e^{-\frac{t}{T}} \right)^{\text{ozn.}} = h(t) \quad (11)$$

Przebieg czasowy odpowiedzi skokowej i jego charakterystyczne cechy, pozwalające na graficzne wyznaczenie parametrów przetwornika, pokazano na rysunku 2.

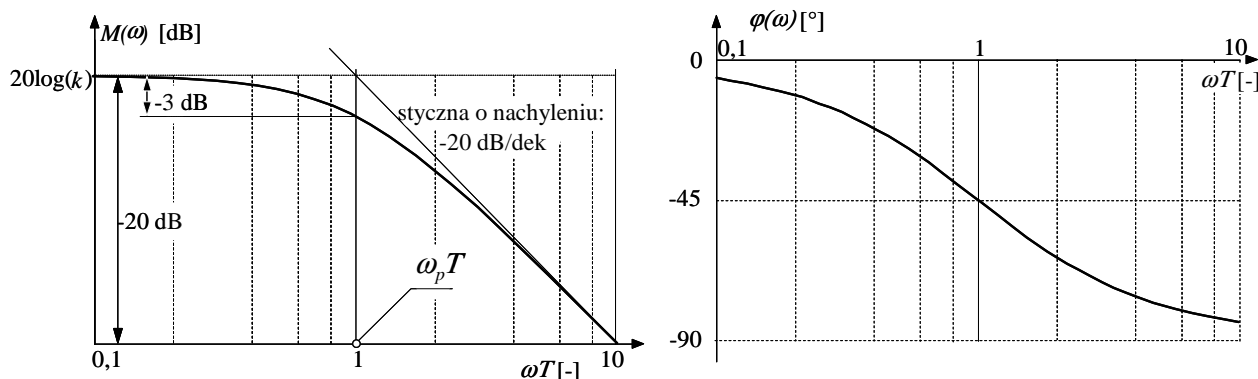


Rys. 2. Odpowiedź skokowa przetwornika pierwszego rzędu

Charakterystyki częstotliwościowe sporządzone w skali logarytmicznej (tzw. charakterystyki Bodego) pokazane są na rysunku 3. Zastosowano oznaczenia:

$$M(\omega) = 20\lg \frac{k}{\sqrt{1 + (\omega T)^2}} \text{ [dB]} \quad \text{i} \quad \varphi(\omega) = -\arctan(\omega T) \quad (12)$$

Moduł  $M(\omega)$  jest zwyczajowo podawany w umownych jednostkach względnych, tzw. decybelach (dB). Na rysunku 3 oś pulsacji została unormowana względem stałej czasowej  $T$ , tzn. zamiast  $\omega$  podano iloczyn  $\omega T$ , w ten sposób dla pulsacji charakterystycznej  $\omega_p=1/T$  na skali uzyskujemy wartość 1.



Rys. 3. Charakterystyki Bodego dla przetwornika pierwszego rzędu: amplitudowo-częstotliwościowa (a) i fazowo-częstotliwościowa (b)

Modelem inercyjnym pierwszego rzędu opisuje się najczęściej przetworniki mające zdolność gromadzenia energii. Przykładem może być przetwornik temperatury (rezystancyjny, termoelektryczny), który rozgrzewa się powoli - akumuluje ciepło pobrane z ośrodka, którego temperaturę mierzy.

### Przetwornik drugiego rzędu

Model taki opisuje bardziej złożone przetworniki pomiarowe. Ogólna postać równania różniczkowego jest następująca:

$$a_2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_0 x(t) \quad (13)$$

Definiuje się parametry:

$k = b_0/a_0$  - współczynnik wzmocnienia statycznego,

$\omega_0 = \sqrt{a_0/a_2}$  - tzw. pulsacja drgań nietłumionych,

$\xi = \frac{a_1}{2\sqrt{a_0 a_2}} \in \langle 0, \infty \rangle$  - tzw. współczynnik (stopień) tłumienia.

Przebieg odpowiedzi skokowej zależy od wartości współczynnika tłumienia. Wyróżnia się charakterystyczne przypadki:

1° Dla  $0 \leq \xi < 1$  (tłumienie małe) odpowiedź skokowa ma charakter oscylacyjny (periodyczny), przy czym im mniejsza wartość współczynnika tłumienia  $\xi$ , tym oscylacje te zanikają wolniej, a dla  $\xi=0$  nie zanikają.

$$h(t) = 1 - \frac{e^{-\xi \omega_0 t}}{\sqrt{1 - \xi^2}} \sin(\omega_w t + \varphi) \quad \text{gdzie } \omega_w = \omega_0 \sqrt{1 - \xi^2} \quad \text{i} \quad \varphi = \arcsin \sqrt{1 - \xi^2}$$

$\omega_w = 2\pi/T_w$  - tzw. pulsacja drgań własnych (tłumionych),  $T_w$  - okres drgań własnych.

2° Dla  $\xi=1$  lub  $\xi>1$  odpowiedź ma charakter inercyjny (aperiodyczny, nieoscylacyjny) i używanie parametrów  $\omega_0$ ,  $\xi$  odnoszących się do przebiegów oscylacyjnych nie jest dogodne. Stosowane są wówczas współczynniki  $T_1$  i  $T_2$  nazywane stałymi czasowymi.

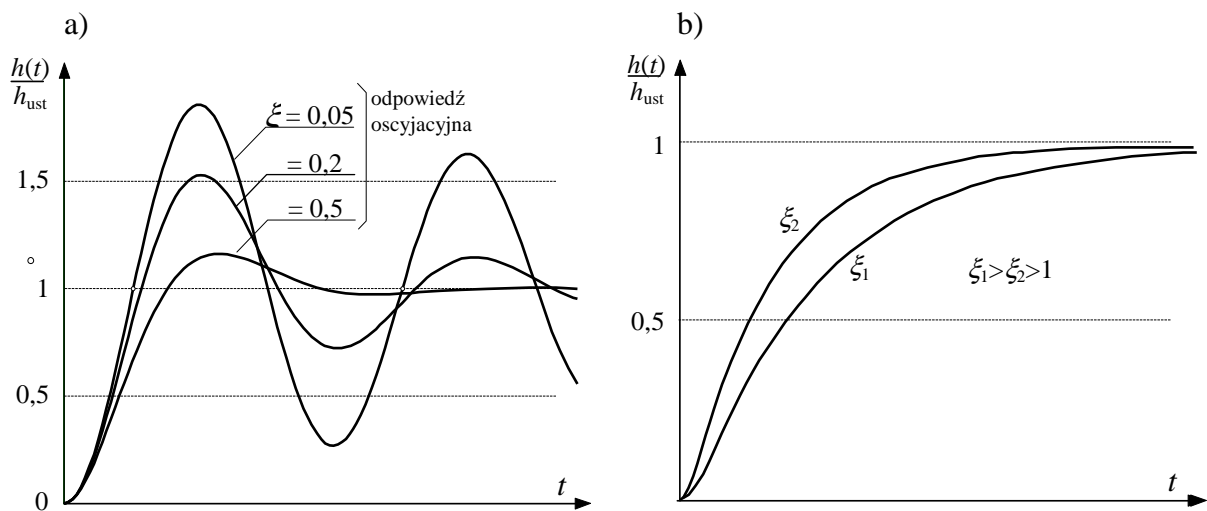
$\xi=1$  (tzw. tłumienie graniczne, zachodzi wówczas  $T_1=T_2$ ) – przebieg ma postać:

$$h(t) = 1 - (1 + \omega_0 t) e^{-\omega_0 t} = 1 - \left(1 + \frac{t}{T_1}\right) e^{-\frac{t}{T_1}}$$

$\xi>1$  (tłumienie duże) – przebieg ma postać:

$$h(t) = 1 - \frac{1}{T_1 - T_2} (T_1 e^{-t/T_1} - T_2 e^{-t/T_2}). \quad (14)$$

Przebiegi odpowiedzi skokowych (unormowane względem wartości ustalonych), przy różnych wartościach współczynnika tłumienia, pokazano na rysunku 4.



Rys. 4. Odpowiedzi skokowe przetwornika 2-go rzędu typu oscylacyjnego (a) i inercyjnego (b).

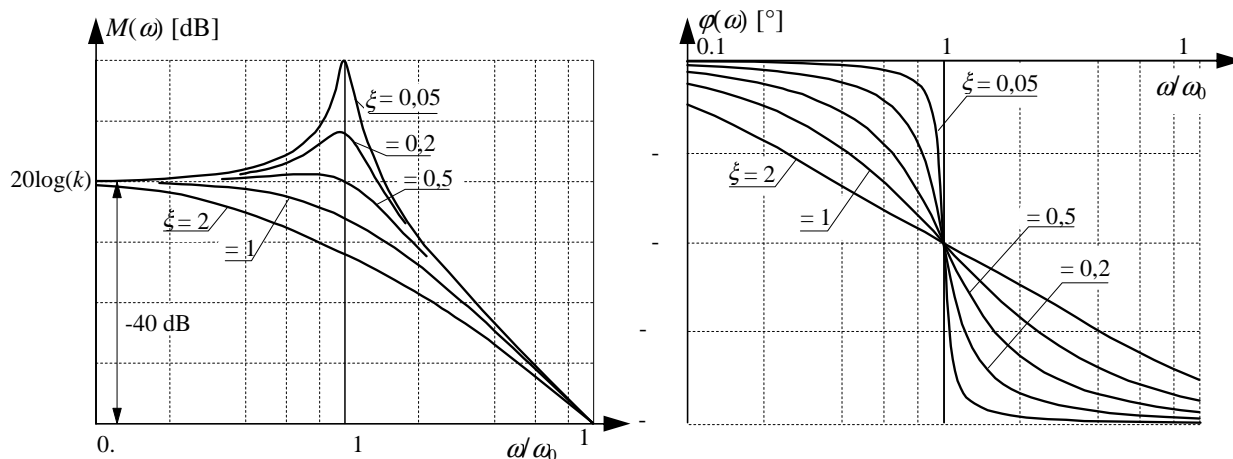
Transmitancja widmowa określona jest w tym przypadku zależnością:

$$K(j\omega) = \frac{k\omega_0^2}{(j\omega)^2 + 2j\xi\omega_0\omega + \omega_0^2} = \frac{k\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2j\xi\omega_0\omega}, \quad (15)$$

co w przypadku przetwornika inercyjnego można również zapisać w postaci:

$$K(j\omega) = \frac{k}{(1 + j\omega T_1)(1 + j\omega T_2)} \quad (16)$$

Charakterystyki częstotliwościowe amplitudową i fazową pokazano na rysunku 5. Na charakterystyce amplitudowo-częstotliwościowej w przypadku  $\xi<1$  widoczny jest wierzchołek odpowiadający tzw. częstotliwości rezonansowej  $\omega_r \approx \omega_w$ .



Rys. 5. Charakterystyki częstotliwościowe przetwornika 2-go rzędu

### 3. BADANIE WŁAŚCIWOŚCI DYNAMICZNYCH PRZETWORNIKÓW POMIAROWYCH

Stosowane są różne metody wyznaczania dynamicznych właściwości przetworników [1].

Do najprostszych należą następujące:

- na podstawie przebiegu czasowego odpowiedzi na określony sygnał wejściowy, najczęściej skok jednostkowy - metoda odpowiedzi skokowej,
- na podstawie charakterystyk częstotliwościowych - metoda częstotliwościowa.

Celem badań jest określenie rodzaju modelu dynamicznego oraz wyznaczenie wartości parametrów charakterystycznych tego modelu.

#### 3.1. Metoda odpowiedzi skokowej

Metoda ta może być z powodzeniem stosowana zarówno dla przetworników wielkości elektrycznych jak i nieelektrycznych, ponieważ realizacja skokowej zmiany wielu wielkości fizycznych jest stosunkowo łatwa. Pomiary polegają na zarejestrowaniu przebiegu odpowiedzi przetwornika na skokową zmianę na wejściu. Układ pomiarowy musi zawierać rejestrator wielkości wyjściowej. W przypadku przetworników o dużych czasach odpowiedzi (co najmniej kilka minut) możliwe jest nawet odczytywanie i ręczne notowanie wskazań miernika wielkości wyjściowej (np. co kilkanaście sekund). Rejestrację należy przeprowadzić w odpowiednio długim przedziale czasu, tak aby wielkość wyjściowa osiągnęła wartości bliskie wartości ustalonej.

Wzmocnienie statyczne przetwornika określa się na podstawie wartości wielkości wyjściowej w stanie ustalonym:  $k=h_{ust}/A$  (patrz rys. 2 i 4). Zachodzi konieczność wstępnego rozpoznania typu modelu dynamicznego badanego przetwornika – dokonuje się tego na podstawie podobieństwa uzyskanej odpowiedzi skokowej do przebiegów z rys. 2 lub 4.

W przypadku przetworników inercyjnych pierwszego lub drugiego rzędu stałe czasowe wyznacza się na podstawie odpowiedzi skokowej wykreślonej w półlogarytmicznym układzie współrzędnych, uzyskanym przez przekształcenie opisane zależnością:

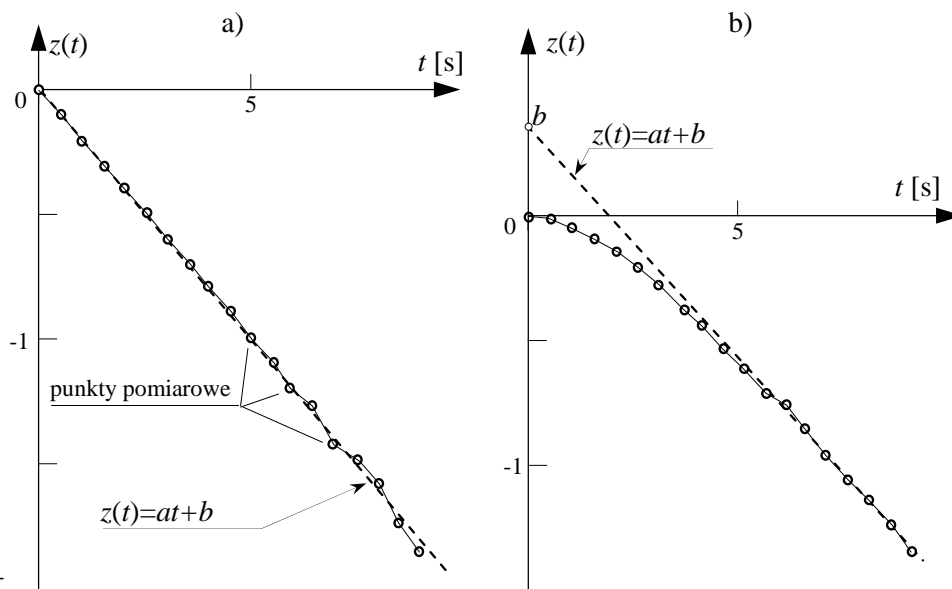
$$z(t) = \ln\left(1 - \frac{h(t)}{h_{ust}}\right) \quad (17)$$

Przykładowe wykresy pokazano na rysunku 6.

Uzyskane wykresy aproksymuje się linią prostą  $z(t)=a \cdot t+b$ . Można tego dokonać graficznie lub metodą regresji liniowej<sup>2</sup>, przy czym dla inercji drugiego rzędu należy wybrać tylko punkty w obszarze zbliżonym do prostoliniowego. Niedokładności pomiarów powodują, że w praktyce uzyskane wykresy  $z(t)$  odbiegają od linii prostej (są „postrzępione”), szczególnie w obszarze dla dużych wartości czasu. W takiej sytuacji do wyznaczenia parametrów prostej aproksymującej należy odrzucić również punkty końcowe, znacznie odbiegające od prostej. Stałe czasowe wyznacza się na podstawie parametrów prostej regresji według zależności:

$$\text{dla inercji pierwszego rzędu: } T = -\frac{1}{a} \quad (18)$$

$$\text{dla inercji drugiego rzędu: } T_1 = -\frac{1}{a}; \quad T_2 = \frac{e^b - 1}{e^b} T_1 . \quad (19)$$



Rys. 6. Wykresy funkcji  $z(t)$  dla obiektów inercyjnych 1-go rzędu (a) i 2-go rzędu (b).

Dla przetwornika drugiego rzędu, o odpowiedzi oscylacyjnej słabo tłumionej ( $\xi \ll 1$ ), wykorzystuje się bezpośrednio wykres odpowiedzi skokowej (rys. 7), a parametry wyznacza się z zależności:

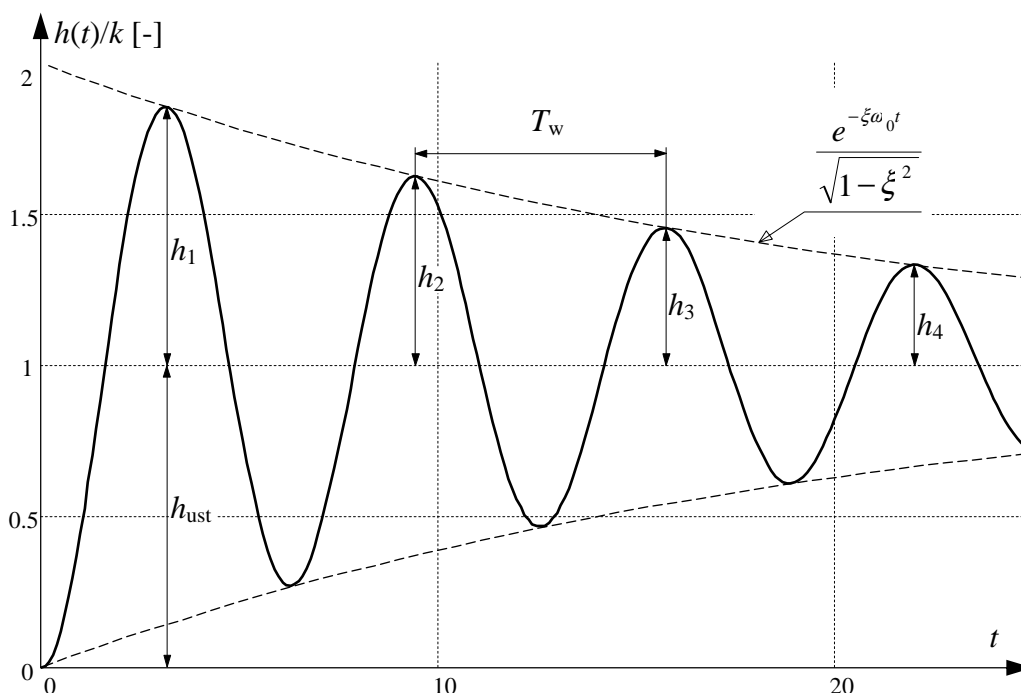
$$\xi = \frac{\ln(\alpha)}{\sqrt{4\pi^2 + [\ln(\alpha)]^2}}, \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T_w \sqrt{1 - \xi^2}} \quad \text{gdzie} \quad \alpha = \frac{h_{i+1}}{h_i}, \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (20)$$

W przypadku gdy  $0,5 < \xi < 1$  oscylacje szybko zanikają (porównaj rys. 4a) i odczyt kolejnych amplitud  $h_i$  jest utrudniony. Współczynnik tłumienia można wówczas wyliczyć w przybliżeniu z zależności:

$$\xi \approx \sqrt{\frac{\pi^2}{4 \ln^2(h_{ust} / h_1)} + 1} - \frac{\pi}{2 \ln(h_{ust} / h_1)} \quad (21)$$

<sup>2</sup> Metodę regresji liniowej opisano w ćwiczeniu *Badanie statycznych właściwości przetworników pomiarowych*.

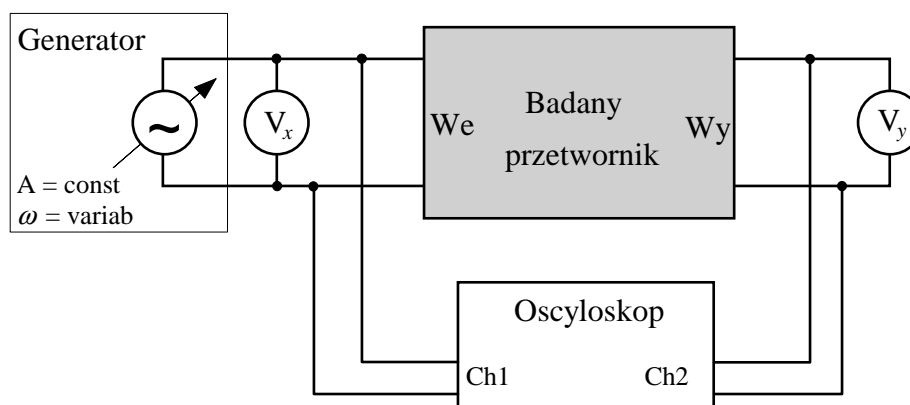




Rys. 7. Wykres odpowiedzi skokowej obiektu oscylacyjnego.

### 3.2. Metoda częstotliwościowa

Pomiary przeprowadza się wprowadzając na wejście przetwornika wielkości sinusoidalnie zmienne o różnych pulsacjach. Schemat najprostszego układu pomiarowego przedstawiono na rys. 8. Metoda ta jest szczególnie dogodna w przypadku przetworników, dla których wielkość wejściowa jest elektryczna. W przypadku innych wielkości (siła, ciśnienie, temperatura itp.) realizacja sinusoidalnych zmian wielkości wejściowych jest na ogół trudna.



Rys. 8. Schemat układu do pomiaru charakterystyk częstotliwościowych

Charakterystyka częstotliwościowo-amplitudowa określana jest na podstawie wskazań woltomierzy  $|K(j\omega)| = U_{wy}/U_{we}$ , a charakterystyka częstotliwościowo-fazowa na podstawie wartości odczytanych z oscyloskopu.

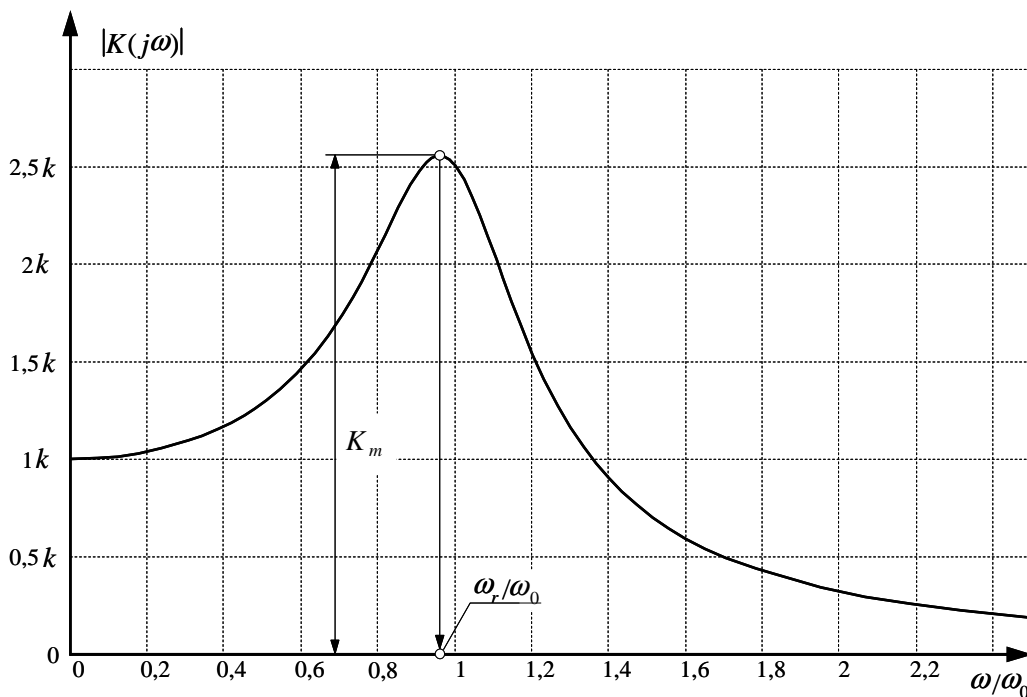
Wyznaczanie parametrów dynamicznych na podstawie charakterystyk częstotliwościowych wymaga wstępnego określenia jakiemu modelowi (zwykle 1 lub 2 rzędu) odpowiadają uzyskane charakterystyki. W przypadku przetworników 1 rzędu należy wyznaczyć jeden parametr

dynamiczny - stałą czasową  $T$ . Można tego dokonać metodą graficzną: należy wykreślić charakterystykę amplitudową w układzie współrzędnych logarytmicznych (charakterystyka Bodego - rys. 3a). W takim układzie asymptoty charakterystyki mają nachylenie 0 dB/dekadę w zakresie małych wartości pulsacji i -20 dB/dekadę w zakresie dużych wartości pulsacji. Określenie „dekada” oznacza dziesięciokrotny przyrost częstotliwości. Asymptoty te przecinają się w punkcie o współrzędnych  $(\omega_p = 1/T, |K(j\omega_p)|=k)$ . Stałą czasową wyznacza się jako  $T=1/\omega_p$ .

Dla przetworników 2 rzędu możliwe są dwie sytuacje. Jeżeli przetwornik jest słabo tłumiony (przypadek oscylacyjny,  $0 < \xi < 1$ ), to charakterystykę amplitudowo-częstotliwościową wykreśla się w liniowym układzie współrzędnych (rys. 9), a parametry modelu ( $k, \xi, \omega_0$ ) wylicza przez rozwiązanie zależności:

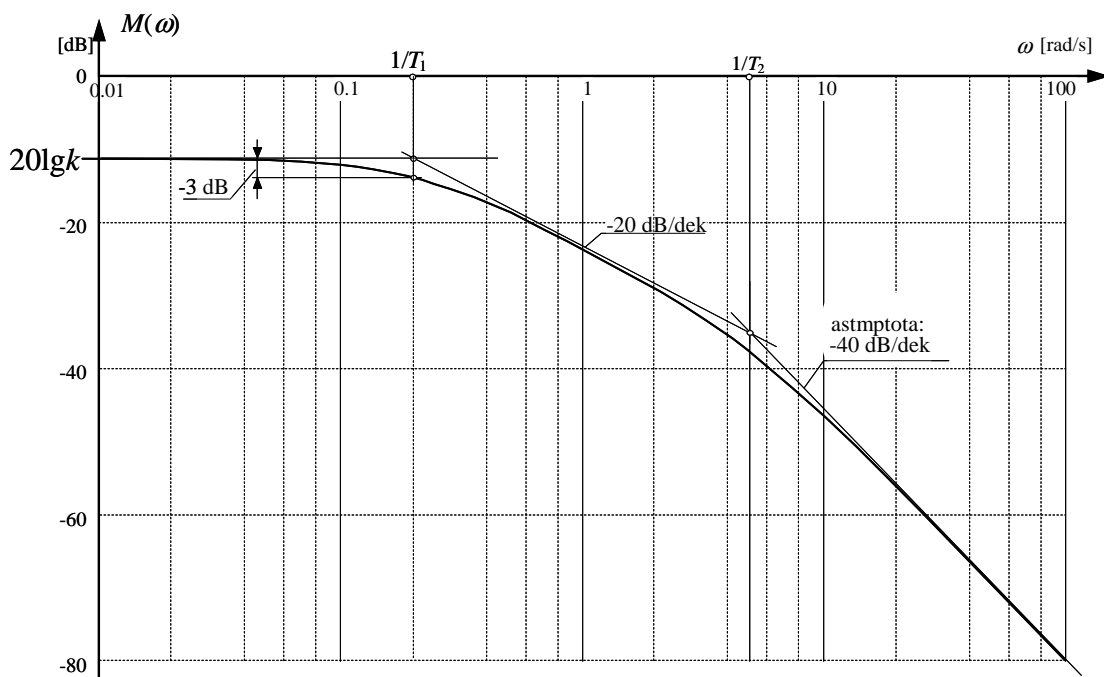
$$k = K(j\omega)|_{\omega \rightarrow 0}, \quad \frac{K_m}{k} = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}, \quad \frac{\omega_0}{\omega_r} = \frac{1}{\sqrt{1-2\xi^2}} \quad (22)$$

względem  $\xi$  i  $\omega_0$ , dla wartości  $k, K_m$  i  $\omega_r$  odczytanych z wykresu



Rys. 9. Charakterystyka częstotliwościowa dla przykładowego przetwornika oscylacyjnego o wzmacnieniu statycznym  $k$  i współczynniku tłumienia  $\xi=0,2$  wykreślona w liniowym układzie współrzędnych

W przypadku silnego tłumienia (przypadek inercyjny,  $\xi > 1$ ) wykres sporządza się w układzie logarytmicznym, a stałe czasowe  $T_1$  i  $T_2$  wyznacza się graficznie w sposób analogiczny jak dla przetwornika pierwszego rzędu, pokazany na rys. 9. Dokładność tej metody maleje, gdy stałe czasowe mają zbliżone wartości.



Rys. 10. Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa Bodego dla obiektu inercyjnego 2-go rzędu o stałych czasowych  $T_1=5$ ,  $T_2=0,2$  i  $k=1$ .

## 4. PROGRAM ĆWICZENIA

### 4.1. Pomiary dynamiczne - obserwacja zniekształceń wprowadzanych przez przetworniki

W układzie pomiarowym jak na rys. 11 badane są modele elektryczne przetworników. Do wejścia przetwornika należy doprowadzić z generatora funkcyjnego sygnały mierzone o różnych kształtach (prostokątnym i innych) i kilku częstotliwościach w przedziale 50 Hz do 10 kHz. Celem pomiarów dynamicznych jest wierne odwzorowanie czasowej zmienności sygnałów wejściowych (mierzonych). Za pomocą oscyloskopu należy zarejestrować (i zapisać w postaci pliku) przebiegi sygnałów wejściowych i wyjściowych, pamiętając o odpowiednim dopasowaniu podstawy czasu do częstotliwości sygnałów, tak, aby widoczne były najwyżej 2 lub 3 okresy sygnałów.

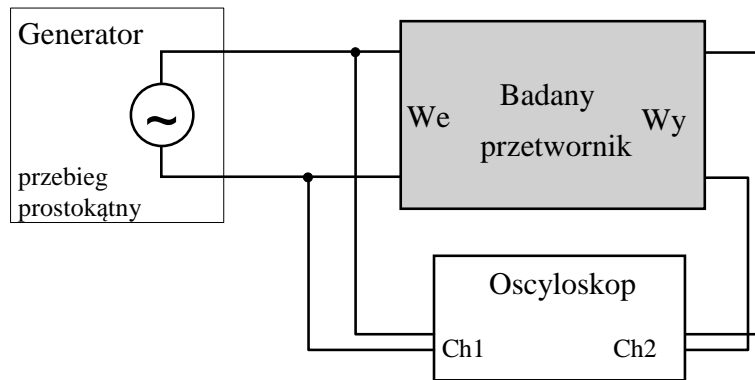
Opracowując wyniki należy zauważyć zniekształcenia (błędy pomiarowe) wprowadzane przez przetworniki w pomiarach wielkości zmiennych w czasie - w tym celu należy wykreślić przebiegi sygnałów. W celu ilościowego wyrażenia błędów w pomiarach dynamicznych należy obliczyć przebiegi błędów dynamicznych według zależności:

$$\Delta_d(t_i) = y_m(t_i) - y(t_i) \quad (20)$$

gdzie  $y_m(t_i)$  oznacza wynik pomiaru dynamicznego na wyjściu przetwornika, a  $y(t_i)$  rzeczywisty przebieg wielkości mierzonej w kolejnych chwilach czasu  $t_i$  wyznaczonych przez próbkowanie przebiegów dokonywane przez oscyloskop cyfrowy. Należy również wykreślić przebiegi tych błędów.

### 4.2. Wyznaczanie modeli dynamicznych - metoda odpowiedzi skokowej

Układ pomiarowy przedstawiono na rysunku 10.



Rys. 11. Schemat układu do wyznaczania odpowiedzi skokowych

Przebieg pomiarów:

- wybrać przebieg prostokątny jako sygnał wyjściowy z generatora funkcyjnego,
- nastawić częstotliwość tego przebiegu ( $<1$  kHz) i podstawę czasu oscyloskopu (ok.  $>0,1$  ms/dz) tak, aby na ekranie widoczne było tylko jedno narastające zbocze sygnału wejściowego i wyjściowego (tworzące odpowiedź skokową),
- dla poszczególnych przetworników zarejestrować przebiegi odpowiedzi skokowych (zapis danych do pliku) lub przy pomocy kursorów odczytać wartości chwilowe odpowiedzi w minimum kilkunastu punktach tak, aby wiernie odwzorować charakterystyczne cechy przebiegu,
- w przypadku przetwornika oscylacyjnego pomiary powtórzyć dla różnych wartości współczynnika tłumienia.

Opracowanie wyników pomiaru:

- wykorzystując odpowiednie zależności (17) do (21) wyznaczyć parametry dynamiczne przetworników: wzmocnienie i stałe czasowe lub stopień tłumienia oraz pulsację drgań własnych nietłumionych,
- przeanalizować czynniki decydujące o niepewności uzyskanych parametrów przetwornika.

### 4.3. Metoda częstotliwościowa

Układ pomiarowy jest pokazany na rysunku 8. Generator powinien generować przebieg sinusoidalny bez składowej stałej o amplitudzie rzędu kilku woltów.

Przebieg pomiarów:

- dla badanych przetworników, zmieniając częstotliwość sygnału, wyznaczyć charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe (notując wskazania woltomierzy),
- dla przetworników inercyjnych pomiary przeprowadzić w zakresie częstotliwości 100 Hz do 10 kHz w przypadku przetworników pierwszego rzędu oraz 10 Hz do 100 kHz dla przetworników drugiego rzędu; częstotliwość zmieniać według skali logarytmicznej (1, 2, 5, 10),
- dla przetworników oscylacyjnych najpierw wyznaczyć częstotliwość rezonansową ( $f_r = \omega_r / 2\pi$ ), a następnie przeprowadzić pomiary zmieniając częstotliwość według skali liniowej w zakresie  $(0,05 \dots 2,5) f_r$  (minimum 20 punktów z uwzględnieniem częstotliwości rezonansowej).

Opracowanie wyników pomiaru:

- wykorzystując metody opisane w punkcie 3.1 wyznaczyć graficznie lub analitycznie parametry dynamiczne badanych przetworników,
- przeanalizować czynniki decydujące o niepewności uzyskanych wyników.

## 5. PYTANIA KONTROLNE

1. Na czym polega różnica pomiędzy pomiarami statycznymi i dynamicznymi?
2. Podaj przykłady zadań pomiarowych, w których należy wziąć pod uwagę właściwości dynamiczne przetworników pomiarowych.
3. Wyjaśnij, w jakich sytuacjach i jakie znaczenie ma dobór parametrów dynamicznych przetworników przy pomiarach statycznych.
4. Jakie warunki powinny spełniać przetworniki 1 i 2 rzędu aby błędy pomiarów dynamicznych były małe?
5. Czy parametry dynamiczne przetworników 1 i 2 rzędu zależą od postaci (kształtu, amplitudy, częstotliwości) sygnału wejściowego?
6. Podaj przykłady przetworników pomiarowych wielkości nieelektrycznych, które mają charakter dynamiczny.
7. Jakie zniekształcenia przebiegu prostokątnego wprowadzają przetworniki inercyjne?
8. Jakie zniekształcenia przebiegu prostokątnego wprowadzają przetworniki 2 rzędu przy różnych stopniach tłumienia?
9. Po jakim czasie od zanurzenia termometru w ośrodku można odczytać temperaturę tego ośrodka? Jaki parametr modelu dynamicznego ma wpływ na ten czas?
10. Czy możliwa jest poprawa właściwości dynamicznych toru pomiarowego z przetwornikiem o modelu 1 (2) rzędu? Na czym mogłaby ona polegać?

## Literatura uzupełniająca

1. Hagel R., Zakrzewski J.: *Miernictwo dynamiczne*. Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 1984.
2. Czemplik A.: *Modele dynamiki układów fizycznych dla inżynierów*. Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 2008.

Opracował: dr inż. Henryk Urzędniczok  
15-02-2017.